

La fenomenología de la verdad matemática

Gian Carlo Rota

Al igual que los artistas que no logran describir precisamente cómo trabajan, al igual que los científicos que creen en inverosímiles filosofías de la ciencia, los matemáticos suscriben un concepto de verdad matemática que va en contra de la verdad.

La arbitrariedad en la forma como los profesionales describen la práctica de sus profesiones es un fenómeno demasiado universal para descartarlo como una rareza sociológica. Intentaremos desenmadejar las razones medulares de tal contraste entre práctica honesta y teoría cargada, omitiendo consideraciones de aspectos psicológicos, y centrándonos, en su lugar, en una explicación filosófica.

Adoptaremos un enfoque de la actividad matemática basada en hechos observados, por oposición a las aserciones normativas de ciertos filósofos de la matemática. Un concepto honesto de la verdad matemática debe emerger de un examen desprendido de lo que hacen los matemáticos, y no de lo que *dicen* que hacen, o de los que los filósofos piensan que los matemáticos *deberían* hacer.

Verdad y tautología

La descripción aceptada de la verdad matemática es grosso modo la siguiente. Una teoría matemática consiste de axiomas, nociones primitivas, notación, y reglas de inferencia. Una afirmación matemática se dice verdadera si es correctamente deducida de los axiomas mediante aplicaciones de las reglas de inferencia. Una teoría matemática incluirá todas afirmaciones verdaderas posibles que se pueden derivar de los axiomas.

La verdad de los teoremas de una teoría matemática pocas veces se ve simplemente contemplando los axiomas, como cualquiera que haya trabajado en matemática le confirmará. Sin embargo, seguimos creyendo que la verdad de todos los teoremas puede “en principio” ser “hallada” en los teoremas. Términos como “en principio” y “hallado” son frecuentemente usados para denotar la “relación” entre los teoremas de la matemática y los axiomas de los cuales son derivados, y el significado de términos como “hallado”, “relación”, y “en principio” se toma sin discusión, resbalosamente. La discusión sobre las condiciones de posibilidad de tales “relaciones” es pordebajada; lo que importa es llegar por el camino más corto a la conclusión esperada, decidida de antemano, que será la afirmación perentoria según la cual toda la verdad matemática es “en el fondo” tautológica.

Nadie llegará hasta el punto de confundir tautología con trivialidad. Los teoremas de la matemática serán tal vez tautológicos “en últimas” o “en principio”, pero tales tautologías requieren las más de las veces esfuerzos serios para ser demostradas. Así,

aunque los teoremas de la matemática puedan ser consecuencias tautológicas de los axiomas, tales tautologías no son ni inmediatas ni evidentes.

Pero, ¿para qué demonios queremos usar la palabra “tautología” en esta discusión? ¿Cómo ayuda a nuestro entendimiento de la matemática el afirmar que los teoremas matemáticos son “en principio” tautológicos? Tal aserción, lejos de limpiar el aire, es una manera de descargar la tarea de entender qué es la verdad matemática sobre la expresión panacea “en principio”.

Lo que sucede es que la expresión “en principio” está cuidadosamente armada para ocultar un término normativo, el término “debería”. Decimos que los teoremas matemáticos son “en últimas”, “en principio”, “básicamente” tautológicos, y realmente queremos decir que esos teoremas *deberían* ser evidentes a partir de los axiomas, que la sucesión intrincada de inferencias silogísticas mediante las cuales demostramos un teorema, o mediante las cuales entendemos el teorema de alguien más, tan solo es un soporte temporal que *debería*, tarde o temprano, mostrarnos *en últimas* la conclusión como una consecuencia inevitable de los axiomas.

El rol del término normativo implícito “debería”, en un contexto que pareciera no ser más que una descripción, pocas veces ha sido sometido a examen. De pronto va a terminar teniendo relación con el sentido en el cual la palabra “verdad” es usada en la práctica de la matemática.

Verdad formal

Estableceremos una distinción entre el concepto de verdad, tal como lo usan los matemáticos, y otro concepto, similar en la superficie, desafortunadamente llamado también “verdad”, usado en lógica matemática, y que ha sido ampliamente adoptado en la filosofía analítica.

El estrecho concepto de verdad que nos viene de la lógica debería más bien ser llamado “verificación formal”. El lógico denomina “verdad” tanto la verificación formal detallada de la corrección de la derivación de una afirmación a partir de axiomas, como su contraparte semántica, la verificación formal cuidadosamente lograda según la cual una aserción vale en todos los modelos.

Este concepto de verdad es derivado, esto es, presupone en la base otro concepto de verdad, aquél que tácitamente usan los matemáticos. Para darse cuenta de que el concepto de verificación formal no tiene ninguna esperanza, puede llevar a cabo la siguiente variación eidética. Imagínese una clase de matemáticas. ¿Puede visualizar a un profesor de matemática enseñándole a sus alumnos *exclusivamente* la habilidad para producir demostraciones impecablemente a partir de los axiomas? ¿Logra usted seriamente imaginar (exagerando de apostas para resaltar el absurdo) a un profesor cuya preocupación principal sea la eficiencia de sus alumnos en detectar las “consecuencias” de un axioma dado?

En el concepto formal de verdad, los axiomas no son cuestionados, y demostrar teoremas es un juego en el cual toda intención de decir la verdad queda suspendida. Sin embargo, ningún profesor de matemática que se respete puede darse el lujo de lanzar en clase los axiomas de una teoría sin dar al menos alguna motivación, y los alumnos tampoco pueden darse el lujo de aceptar los resultados de la teoría (o los teoremas) sin justificación alguna fuera de la verificación formal. Lejos de tomar los axiomas como algo dado y empezar a escudriñar las consecuencias, un profesor que pretende que le entiendan la clase empezará un juego de forcejeo en el cual los axiomas son “justificados” por la fuerza de los teoremas que son capaces de implicar; y una vez que el escenario queda armado, son los teoremas (cuya verdad antes había sido evidenciada intuitivamente) los que finalmente quedan establecidos mediante demostraciones formales que llegan casi como una reflexión a posteriori, como el último trozo (la coronación) de la evidencia de una teoría que ya había sido hecha plausible por el discurso no formal, no deductivo y a veces incluso no racional¹.

Un buen profesor, cuando enseña la fórmula de Euler-Schläfli-Poincaré acerca de la invarianza de las sumas alternadas del número de lados de un poliedro, aceptará ante sus estudiantes que se creía que esa fórmula era cierta mucho antes de haber logrado una definición correcta de poliedro, y no ocultará que la verificación de la fórmula en un contexto topológico formal es una construcción a posteriori. El profesor insistirá en que sus estudiantes no confundan tal verificación formal con la verdad factual/mundana de la aserción. Es esa verdad factual/mundana la que motiva todas las presentaciones formales, y no al contrario, como pretenden los filósofos formalistas de la matemática.

Así, lo que le importa a cualquier profesor de matemática es enseñar lo que los matemáticos en su argot de oficio llaman informalmente la “verdad” de una teoría, una verdad que tiene que ver con la concordancia de una afirmación con los hechos del mundo, al igual que la verdad de toda ley física. Al enseñar matemática, la verdad que exigen los estudiantes y transmite el profesor es una de esas verdades factuales/mundanas, y no la verdad formal que uno asocia con el juego de demostrar teoremas. Un buen profesor de matemática es aquel que sabe cómo develar a luz plena tal verdad factual/mundana a sus estudiantes mientras los entrena en las artimañas de *dejar consignada* cuidadosamente esa verdad. En nuestra época, tales artimañas simple y llanamente coinciden con presentar la prueba de manera formal-deductiva precisa.

A pesar de esa evidencia tan abrumadora de la práctica de la matemática, hay pensadores influyentes que afirman que las discusiones de la verdad factual/mundana deberían ser permanentemente marginadas a los tugurios de la psicología. Es más cómodo lidiar con nociones de verdad prescritas en una *pensée de*

1 N. del T.: tal vez una de las divergencias más fuertes entre lo que algunos filósofos *creen* que se hace en matemática, y lo que realmente sucede, está ilustrada arriba. Hay teoremas en teoría de modelos, en geometría algebraica, que simple y llanamente no se pueden enseñar correctamente sin acudir a símiles gráficos.

survol que nos ahorre el trato directo con matemáticos.

La preferencia por la cómoda noción de verificación formal, en reemplazo de la noción enredada de verdad que hallamos en el mundo real de los matemáticos, tiene un origen emocional. En efecto, los métodos que han tenido tanto éxito al definir y analizar los sistemas formales han fracasado a la hora de dar explicaciones convincentes de otros rasgos igualmente importantes de la empresa matemática. Los filósofos de la matemática hacen gala de un deseo irreprimible de decirnos lo más rápido posible qué *debería* ser la verdad matemática, y se saltan todo el pedrero trabajo descriptivo, necesario para dar cuenta de manera precisa de la verdad por la cual viven los matemáticos.

Todas las teorías formalistas de la matemática son reduccionistas. Proviene de una identificación injustificada de la matemática con el método axiomático de presentación de la matemática. El hecho de que haya exactamente cinco sólidos regulares en el espacio euclidiano tridimensional puede ser presentado en contextos axiomáticos muy diversos; nadie duda de su verdad, independientemente de la axiomática escogida para su justificación. Un ejemplo tan definitivo debería constituir prueba suficiente de que la relación entre la verdad de la matemática y la verdad axiomática que es indispensable en la presentación de la matemática es una relación de *Fundierung*.

Sin embargo, en nuestra época la tentación del psicologismo de nuevo está aflorando, y nos vemos forzados a revivir precauciones anti-reduccionistas antiguas y elementales. Ninguna situación puede ser “puramente psicológica”. Los aspectos psicológicos de la enseñanza de la matemática deben necesariamente apuntar hacia una verdad mundana de la matemática. Ver la verdad a la cual apela un profesor de matemática como si fuera un mero dispositivo psicológico equivale a presuponer una verdad matemática mundana y negarse a tematizarla. *Nihil est in intellectu quod prius non fuerit in mundo*, podríamos decir, aniquilando un viejo eslogan.

La verdad matemática no es filosóficamente distinta de la verdad de la física o de la química. La verdad matemática resulta de la formulación de hechos que están ahí, en el mundo, hechos independientes de nuestros caprichos o de los vaivenes de los sistemas axiomáticos.

Verdad y trivialidad

Ahora argumentaremos *en contra* de la tesis que acabamos de enunciar, tomando de nuevo eventos de la historia de la matemática como guía. Daremos un ejemplo que ilustra cómo la observación de la práctica de la matemática conduce a un concepto de verdad más sofisticado que el que acabamos de enunciar.

Nuestro ejemplo es la historia del teorema del número primo. Este resultado fue conjeturado por Gauss después de una muy extensa experimentación numérica, guiada por intuición genial. Nadie dudaba en serio de la verdad del teorema después

de que Gauss lo conjeturó y verificó numéricamente. Sin embargo, los matemáticos no se pueden dar el lujo de comportarse como los físicos que toman la verificación experimental como confirmación de la verdad. Gracias a computadores muy veloces sabemos lo que Gauss tan solo podía adivinar, que ciertas conjeturas de teoría de números pueden fallar para enteros tan grandes que aún están más allá del alcance de los mejores computadores de hoy, y por lo tanto la demostración formal es más indispensable que nunca.

La demostración del teorema del número primo fue obtenida simultánea e independientemente alrededor del inicio del siglo XX por los matemáticos Hadamard y de la Vallée Poussin. Ambas demostraciones, muy similares, se basaron entonces en las técnicas más recientes de la teoría de funciones de variable compleja. Fueron alabadas justamente como un gran evento en la historia de la matemática. Sin embargo, hasta donde sé, nadie expresó verbalmente entonces la razón más íntima de la dicha de los matemáticos. Una teoría abstrusa que en su época estaba en la frontera más extrema de la matemática, la teoría de funciones de variable compleja, desarrollada como respuesta a problemas geométricos y analíticos, había resultado ser la clave para establecer una conjetura de teoría de números, un campo completamente distinto.

El misterio y la gloria de la matemática radican no tanto en el hecho de que teorías abstractas terminen siendo útiles para resolver problemas sino en el hecho de que -maravilla de maravillas- una teoría que se suponía iba a ser para cierto tipo de problema termina muchas veces siendo la única manera de resolver problemas totalmente distintos, problemas para los cuales la teoría no se suponía que era. Estas coincidencias ocurren tan frecuentemente que deben pertenecer a la esencia de la matemática. Ninguna filosofía de la matemática puede evadir la responsabilidad de explicar estas ocurrencias.

Uno pensaría que una vez que el teorema del número primo fue demostrado, otros intentos de demostrarlo mediante técnicas completamente distintas serían abandonados por estériles. Pero esto no es lo que ha sucedido después de Hadamard y de la Vallée Poussin. Todo lo contrario: durante unos cincuenta años a partir de ahí, empezaron a aparecer artículo tras artículo en los mejores journals de matemática, agregando matices, simplificaciones, caminos alternativos, ligeras generalizaciones, y en últimas demostraciones alternativas del teorema del número primo. Por ejemplo, en la década de 1930, el matemático norteamericano Norbert Wiener desarrolló una teoría muy extensa, con teoremas tauberianos que unificaron gran cantidad de resultados disconexos en el análisis matemático clásico. La aplicación estelar de la teoría de Wiener, ampliamente aclamada en todo el mundo matemático, fue precisamente una nueva demostración del teorema del número primo.

Frente a este episodio de la historia matemática, un observador externo podría preguntar: “¿Cómo así? Una teoría que pretende ser vista como una contribución novedosa a la matemática desplegando orgullosamente como su aplicación principal un resultado que en ese momento había sido macerado en muchos jugos distintos?”

¿No se suponía que la matemática intentaba resolver problemas *nuevos*?”

Para hacer de lado las sospechas, agreguemos que el teorema tauberiano principal de Wiener era y aún es considerado como un gran logro. Wiener fue el primero en lograr inyectar un rastro de pura mirada conceptual en una demostración que hasta ahí había parecido misteriosa. La demostración original del teorema del número primo hallaba una relación misteriosa entre la distribución asintótica de los primos y el comportamiento de los ceros de una función meromorfa, la función zeta de Riemann. Aunque esta conexión había sido establecida desde tiempo atrás por Riemann, y aunque la lógica de tal improbable conexión había sido sometida a examen riguroso por varios matemáticos que habían allanado el camino hacia la primera demostración, a pesar de todo lo anterior, de la demostración no podía decirse que estuviera basada en principios obvios e intuitivos. Wiener logró demostrar, por un camino totalmente distinto del seguido por sus predecesores, e igualmente inesperado, que podría haber una razón conceptual para la distribución de los primos.

La demostración de Wiener tuvo un efecto galvanizante. A partir de entonces se empezó a creer que la demostración del teorema del número primo se podría volver elemental.

¿Qué queremos decir al afirmar que una demostración es “elemental”? En el caso del teorema del número primo, significa que se da un argumento que muestre la “inevitabilidad analítica” (en el sentido kantiano de la expresión) del teorema del número primo sobre la base de un análisis de la noción del concepto de primo sin apelar a técnicas externas.

Fueron necesarios otros diez años y varios centenares de artículos de investigación para limpiar la demostración de Wiener de un lastre de puntos irrelevantes. La primera demostración elemental del teorema del número primo, que “en principio” usaba tan solo estimaciones elementales sobre las magnitudes relativas de los primos fue finalmente obtenida por los matemáticos Erdős y Selberg. De nuevo, su demostración fue alabada como un adelanto importante en teoría de números.

Las demostraciones elementales casi nunca son simples. La demostración de Erdős y Selberg llena más de cincuenta páginas de razonamiento elemental pero apretado, y es más larga y difícil de seguir que las precedentes. Sin embargo, tiene el mérito de estar basada tan solo sobre nociones “intrínsecas” a la definición de número primo, al igual que unos cuantos hechos adicionales elementales que se remontan a Euclides y Eratóstenes. En principio, su demostración muestra cómo el teorema del número primo puede ser reducido a un argumento en realidad trivial, apenas se capturan bien las nociones básicas. Pero solo en principio. Fueron necesarios otros centenares de artículos de investigación, que trituraran aún más el argumento de Erdős y Selberg hasta su puro núcleo, hasta que a mediados de los años sesenta, el matemático norteamericano Norman Levinson (estudiante de investigación de Norbert Wiener) publicó una corta nota titulada “An elementary proof of the prime number

theorem”. A pesar de su modesto título, la nota de Levinson era el esquema de una demostración puramente elemental del teorema del número primo, una demostración que puede ser entendida mediante una lectura cuidadosa por cualquiera que sepa apenas la matemática que sabe un estudiante de pregrado en una universidad promedio norteamericana.

Después del artículo de Levinson, la investigación en demostraciones del teorema del número primo decayó. La demostración de Levinson del teorema del número primo, o una de las variantes que se han descubierto desde entonces, ya son parte del curriculum de pregrado en teoría de números.

¿Qué conclusiones filosóficas podemos sacar de este fragmento de historia matemática?

Cuando uno recorre cualquiera de los más de tres mil artículos que publican investigación matemática, uno descubre pronto que pocos artículos publicados presentan soluciones a problemas abiertos; menos aún son formulaciones de nuevas teorías. Una abrumadora mayoría de artículos de investigación en matemática no tienen como propósito central demostrar, sino re-demostrar; no axiomatizar, sino re-axiomatizar; no inventar, sino unificar y pulir; en breve, con lo que Thomas Kuhn llama “amansar”.

De frente a esta evidencia, nos vemos forzados a escoger entre dos conclusiones. La primera es que la calidad de la investigación matemática de nuestra época es más baja que lo que nos imaginábamos. ¿Pero qué clase de evidencia nos podría haber llevado a tales expectativas? Ciertamente no la historia de la matemática en los siglos dieciocho y diecinueve. La publicación en matemática en esos siglos siguió el mismo patrón que hemos descrito, como mostrará un examen desapasionado del pasado.

Solo la otra conclusión es posible. Nuestras ideas preconcebidas sobre lo que la investigación matemática *debería* ser no corresponden a la realidad de la investigación matemática. La profesión del matemático no consiste en inventarse ingeniosas teorías nuevas salidas de la nada que desenmadejarán los misterios de la naturaleza.

Agregamos inmediatamente que la opinión opuesta sobre la actividad del matemático es igualmente errónea: no es verdad que los matemáticos *no* inventen nuevas teorías. Lo hacen: de hecho, se ganan la vida haciéndolo. Sin embargo, la mayoría de los artículos en matemática no son fáciles de clasificar en términos de su originalidad. Un juez severo clasificaría todos los artículos matemáticos como no originales, con excepción de tal vez dos o tres cada siglo; un juez más tolerante encontraría una chispa redentora de originalidad en la mayoría de los artículos que salen en imprenta. Incluso artículos que pretenden dar solución a problemas abiertos pueden ser severamente marcados como ejercicios (de grados variados de dificultad), o más amablemente, como senderos hacia nuevos mundos.

El valor de un artículo de investigación matemática no está dado

determinísticamente, y erramos al forzar que nuestros juicios acerca del valor de un artículo se conformen con estándares objetivistas. En casos de artículos que hace tan solo veinte años eran considerados fundamentales, hoy se sabe que iban en dirección equivocada.

Las nuevas teorías no subsumen y expanden las teorías anteriores mediante aumentos cuantitativos en la cantidad de información. La invención de teorías y la solución de problemas difíciles no son procesos que evolucionen linealmente en el tiempo. Nunca ha estado más fuera de lugar la supersimplificación de la linealidad que en nuestros días. Estamos ante un retorno de la matemática concreta del siglo diecinueve después de un largo período de abstracción; algoritmos y técnicas que eran el hazmerreír de antaño ahora son revaluadas después de un siglo de interrupción. La matemática contemporánea, con su ausencia de líneas unificadoras, sus discontinuidades históricas, y sus retornos al pasado, provee aún más evidencia del final de dos embarazosas herencias victorianas: la idea del progreso y el mito de lo definitivo.

La ambigüedad de la verdad

Acabamos de esbozar dos conceptos aparentemente encontrados de verdad matemática. Ambos conceptos se imponen a nosotros cuando observamos el desarrollo de la matemática.

El primer concepto es similar al concepto clásico de la verdad en ciencias naturales. De acuerdo con este primer punto de vista, los teoremas matemáticos son enunciados de hecho; al igual que los hechos de la ciencia, son descubiertos mediante observación y experimentación. Por lo tanto, la teoría filosófica de los hechos matemáticos no es esencialmente distinta de la teoría de cualquier otro hecho científico, excepto en detalles fenomenológicos. Por ejemplo, los hechos matemáticos exhiben mayor precisión al ser comparados con los hechos de ciertas otras ciencias, como la biología. Importa poco que los hechos de la matemática puedan ser “ideales”, mientras que las leyes de la naturaleza sean “reales”, como solían decir los filósofos hace unos cincuenta años. Sean reales o ideales, los hechos de la matemática están ahí afuera en el mundo y no son creaciones de la mente de alguien. Tanto la matemática como la ciencia natural se han puesto a sí mismas la tarea de descubrir las regularidades en el mundo. Que algunos trozos de este mundo puedan ser reales y otros ideales es una observación de escasa importancia.

El segundo punto de vista parece llevarnos exactamente a la conclusión contraria. Algunas demostraciones de teoremas matemáticos, tales como la del teorema del número primo, se logran a costa de un enorme esfuerzo intelectual. Posteriormente son deshebradas gradualmente hasta llegar a trivialidades. ¿Acaso este proceso temporal de simplificación que transforma una demostración de cincuenta páginas en un argumento de media página no respalda la afirmación según la cual los teoremas de la matemática son creaciones de nuestro propio intelecto? ¿No se sigue

de estas observaciones que la dificultad original de un teorema matemático, la dificultad con la cual luchamos cuando nos decimos engañosamente que hemos “descubierto” un nuevo teorema, en realidad se debe tan solo a la debilidad humana, una debilidad que alguna mente más fuerte disipará en el futuro mostrando una trivialidad que no habíamos notado?

Todo teorema matemático a la larga es mostrado como trivial. El ideal de verdad del matemático es la trivialidad, y la comunidad de matemáticos no cesará su trabajo de castor sobre un resultado nuevamente descubierto hasta que sea mostrado para satisfacción de todos que todas las dificultades de las pruebas iniciales eran espurias, y que solo una trivialidad analítica yace al final del camino. ¿No es el progreso de la matemática -si pudiéramos hablar de tal cosa- un simple despertar gradual del “sueño de la razón”?

La manera como propongo salir de la paradoja de estos dos puntos de vista aparentemente irreconciliables sobre la matemática usará un argumento debido a Edmund Husserl. El mismo argumento es útil en un buen número de acertijos filosóficos y merece con justicia un nombre propio. Me gustaría bautizarlo como “el argumento *ex universalis*”.

Resumiendo el problema, tenemos por un lado que la matemática sin lugar a dudas registra fenómenos que no son arbitrariamente determinados por la mente humana. Los hechos matemáticos siguen el comportamiento impredecible *a posteriori* de una naturaleza que es, en palabras de Einstein, *raffiniert* mas no *botshaft*. Por otro lado, el poder de la razón tarde o temprano reduce todos esos hechos a un enunciado analítico en últimas trivial. ¿Cómo pueden ser simultáneamente ciertos esos enunciados?

Sin embargo, observe que tal comportamiento flagrantemente dúplice no es dominio exclusivo de la investigación matemática. Los hechos de las otras ciencias, de la física y de la química, y algún día (creemos firmemente) incluso los de la biología, exhiben el mismo comportamiento dúplice.

Toda ley física, cuando finalmente se talla en un contexto matemático apropiado, termina siendo una trivialidad matemática. La búsqueda de la ley universal de la materia, una búsqueda a la cual la física ha estado dedicada a lo largo de este siglo, de hecho no es más que la búsqueda de tal principio trivializante, de un “no más que” universal. La unificación de la química que ha sido lograda mediante la mecánica cuántica no tiene motivaciones diferentes. Y la moda actual de la biología molecular puede ser atribuída al fulgor de esperanza que este glamoroso nuevo campo le da a la biología, por primera vez en la historia de las ciencias de la vida, de escapar finalmente de los caprichos del azar natural a la cálida analiticidad kantiana.

El ideal de *toda* ciencia, no solo de la matemática, es liberarse de toda suerte de enunciado sintético *a posteriori* y dejar tan solo un rastro de trivialidades analíticas. La ciencia puede ser definida como la transformación de hechos sintéticos de la

naturaleza en enunciados analíticos de la razón.

Así, el argumento *ex universalis* muestra que la paradoja que creíamos haber encontrado la verdad de la matemática es compartida por la verdad de todas las ciencias. Aunque admitir esto no ofrece consuelo inmediato a nuestros **toils**, es sin embargo un alivio saber que no estamos solos en nuestra miseria. Más al grano, darse cuenta de la universalidad de nuestra paradoja nos exime de incluso intentar salir de ella mediante la razón, dentro de los confines estrechos de la filosofía de la matemática. En este punto, todo lo que podemos hacer es entregarle todo el problema al epistemólogo o al metafísico y recordarle la antigua máxima: *hic Rhodus, hic salta*.